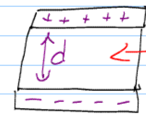
INEL 3105 Lecture #9.

Note Title 9/22/2009

Capacitancia e Inductancia.

Capacitor de placas paralelas:

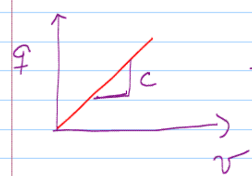


← dieléctrico

$C = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$ (área; distancia)

$[C] = $ Faradios (F)

$1 \text{ Faradio} = \dfrac{1 \text{ Coulomb}}{\text{Voltio}}$



$q = Cv$

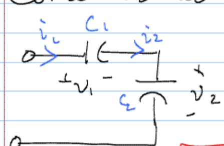
$\dfrac{d(q)}{dt} = \dfrac{d}{dt}(Cv)$

$\underbrace{\dfrac{d}{dt}(q)}_{i} = C\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow i_C = C\dfrac{dv_C(t)}{dt}$

$\dfrac{i_C\,dt}{C} = dv \; ; \; \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{t_0}^{t'} i\,dt = \int_{t_0}^{t'} dv \; ; \; \dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t'} i\,dt = \underbrace{v(t)\Big|_{t_0}^{t'}}_{v(t') - v(t_0)}$

$\therefore \; v(t') = v(t_0) + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{t_0}^{t'} i_C(t)$

Condensadores en serie:



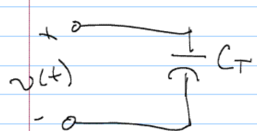
$i_1 = i_2 = i \; ; \; v(t) = v_1(t) + v_2(t)$

$v_1(t) = v_1(t_0) + \dfrac{1}{C_1}\displaystyle\int_{t_0}^{t'} i_1\,dt$

$v_2(t) = v_2(t_0) + \dfrac{1}{C_2}\displaystyle\int_{t_0}^{t'} i_2\,dt$

$$\boxed{v(t) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int_{t_0}^{t'} i\,dt}$$

Para combinar los condensadores en 1 capacitor:



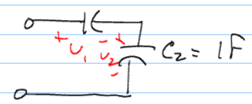
$v(t) = V_0 + \dfrac{1}{C_T}\displaystyle\int_{t_0}^{t'} i\,dt \; ;$ para que $v(t) = v(t)$

$V(t_0) = V_1(t_0) + V_2(t_0)$

$\dfrac{1}{C_T} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$

Capacitancias en serie se suman como resistencias en paralelo.

Ejemplo: Determine el circuito equivalente para el circuito dado. Asuma $q_1(t_0) = q_2(t_0) = 0$.



$q(t) = C v(t)$, o $q_1(t) = C_1 v_1(t)$
$q_2(t) = C_2 v_2(t)$

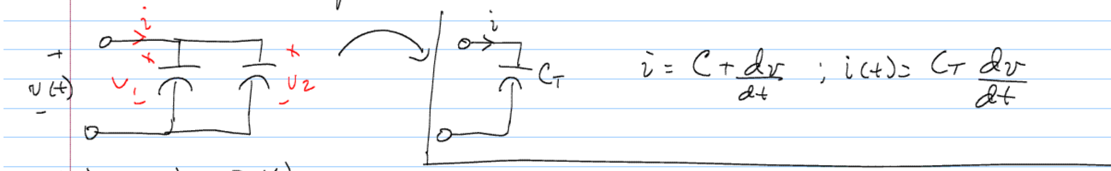
$\Downarrow$

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1F^2}{2F} = \frac{1}{2} F$$

$$\underbrace{v_1(t_0) = 0 \; ; \; v_2(t_0) = 0 \quad v(t_0) = 0}$$

Condiciones necesarios para sumar condensadores en serie.

Condensadores en paralelo:



$i = C_T \frac{dv}{dt}$; $i(t) = C_T \frac{dv}{dt}$

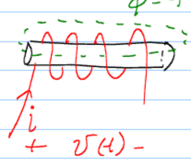
$v(t) = v_1(t) = v_2(t)$

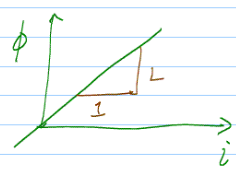
$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$; $i_1(t) = C_1 \frac{dv_1}{dt}$; $i_2(t) = C_2 \frac{dv_2}{dt}$; $i(t) = C_1 \frac{d v_1(t)}{dt} + C_2 \frac{d v_2(t)}{dt}$

$i(t) = (C_1 + C_2) \frac{dv}{dt} = i(t)$; para que $i(t) = i(t)$; $C_T = C_1 + C_2$

Condensadores en paralelo se suman como resistencias en serie.

Inductores:





$\phi = L i$;

L es independiente en tiempo.

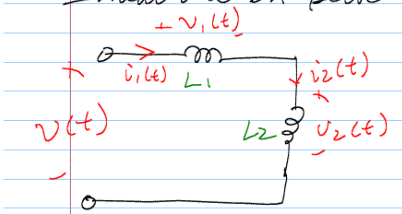
$$\frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

¿Recuerdan la ley de Faraday?

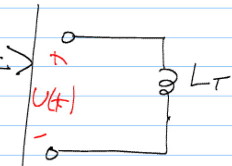
$$\left| \oint E \cdot dl \right| = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

En un circuito con inductores $\oint E \cdot dl \neq 0$; por lo tanto no se puede aplicar un KVL.

Inductores en serie:



$\Longrightarrow$



$$v(t) - 0 = \frac{d\phi}{dt}$$

$$v(t) = L_T \frac{di(t)}{dt}$$

$i_1(t) = i_2(t)$

$$\boxed{v(t) - \cancel{v_1(t)} - \cancel{v_2(t)} = \frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt} \quad (1)}$$

$\cancel{v_1(t)} \to 0$, $\cancel{v_2(t)} \to 0$

$$v(t) = \frac{L_1\, di_1(t)}{dt} + \frac{L_2\, di_2(t)}{dt}$$

$$v(t) = (L_1 + L_2)\frac{di(t)}{dt}$$

para que sean iguales, $\boxed{L_T = L_1 + L_2}$

Inductancias en serie se suman como resistencias en serie.

NOTA: ERROR EN CONCEPTO

Volviendo a la ecuación (1):

$$v(t) - v_1(t) - v_2(t) = \frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt}$$

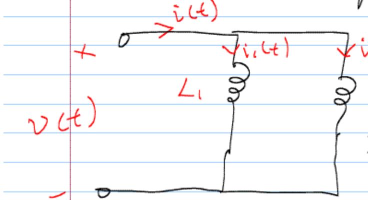
Si yo pudiera (y NO puedo) decir; $v_1(t) = \frac{d\phi_1}{dt}$ y $v_2(t) = \frac{d\phi_2}{dt}$

entonces yo podría "hacer" un KVL, diciendo:

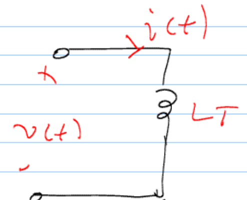
$$(2) \quad v(t) - \frac{d\phi_1(t)}{dt} - \frac{d\phi_2(t)}{dt} = 0$$

Matemáticamente, las ecuaciones (1) y (2) son equivalentes (iguales). Sin embargo, describir el circuito mediante la ecuación (2) es un ERROR GRAVE y muy común.

Inductores en paralelo:



$\Longrightarrow$



$$v(t) = L_T \frac{d\phi_T}{dt}$$

$$v(t) = L_T \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{v(t)dt}{L_T} = di(t) \Rightarrow \frac{1}{L_T}\int_{t_0}^{t'} v(t)\,dt = \int_{t_0}^{t'} di = i(t') - i(t_0)$$

$$\boxed{i(t') = i(t_0) + \frac{1}{L_T}\int_{t_0}^{t'} v(t)\,dt}$$

$v(t) = \frac{d\phi_1}{dt} = \frac{d\phi_2}{dt}$; sabiendo que $\frac{di}{dt} = \frac{d\phi}{dt}\left(\frac{1}{L}\right)$; podemos decir,

$v(t) = L_1 \frac{d i_1(t)}{dt} = L_2 \frac{d i_2(t)}{dt}$; $i_1(t) = i_1(t_0) + \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t'} v(t)\,dt$

$i_2(t) = i_2(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t'} v(t)\,dt$

$$i(t) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int_{t_0}^{t'} v(t)\,dt$$

Para que ambos sean iguales,

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Inductancias en paralelo se suman como res en paralelo.