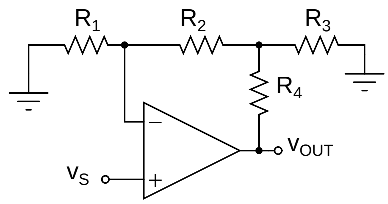
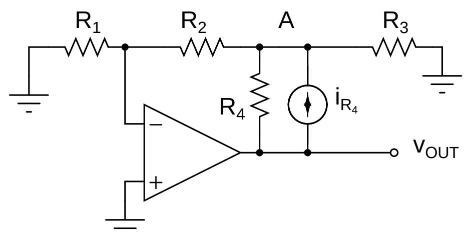
INEL5207 Examen 3 - Problemas Práctica - Mayo 7, 2013

1. (25 puntos) El siguiente circuito utiliza un AO con $f_\tau = 2.5MHz$. Determine el ruido rms que se espera en la salida del amplificador debido a la resistencia R_4 para frecuencias superiores a $0.1Hz$. Asuma que $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100k\Omega$.



Respuesta: Representando el ruido termal debido a R_4 con una fuente de corriente i_{R_4}, y eliminando la fuente de voltaje de entrada, obtenemos el siguiente diagrama:



Puede observarse que, debido a la conexión virtual entre las entradas del AO, no existe corriente a través de R_1. Como la corriente de entrada del AO es cero, tampoco hay corriente a través de R_2, y por lo tanto el voltaje en el nodo A es $0V$. Consecuentemente la corriente en R_3 es cero y i_{R_4} debe fluir a través de R_4.

Así que, tomando en cuenta el efecto de la respuesta de frecuencia del amplificador usando *NEB*, el ruido rms en la salida del amplificador puede expresarse como

$$E_{no,R_4} = \left[R_4^2 i_{R_4}^2 \left(1.57 f_B - f_L\right)\right]^{1/2}$$

donde $f_L = 0.1Hz$ y f_B representa el ancho de banda del amplificador

$$f_B = \beta f_\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{2\|1}{1+2\|1}\right) 2.5Mhz = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2.5Mhz = 500kHz$$

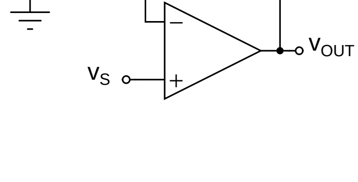
Dado que $i_R^2 = {}^{4kT}\!/_{R}$,

$$R_4^2 i_{R_4}^2 = R_4^2 \times {}^{4kT}\!/_{R_4} = 4kTR_4$$

Finalmente

$$E_{no,R_4} = \left[4kTR_4\left(1.57 \times 5 \times 10^5 - 0.1\right)\right]^{1/2} \simeq \left(1.65 \times 10^{-20} \times 10^5 \times 1.57 \times 5 \times 10^5\right)^{1/2} \simeq \boxed{36\mu V}$$

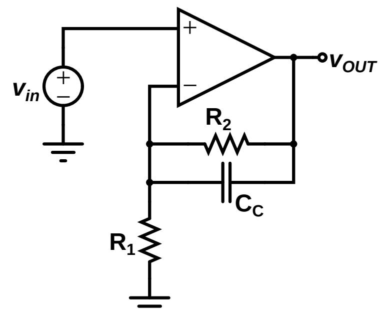
2. (25 puntos) El siguiente circuito utiliza un AO con $f_\tau = 2.5MHz$, $R_1 = 1k\Omega$ y $R_2 = 100k\Omega$. Asuma que el ruido térmico es despreciable. Determine el ruido rms que se espera para frecuencias superiores a $0.1Hz$ en la salida del amplificador si $e_{nw} = 30nV/\sqrt{Hz}$, $f_{ce} = 200Hz$, $i_{nw} = 0.5pA/\sqrt{Hz}$, y $f_{ci} = 1kHz$.



Respuesta: El ancho de banda del circuito es $f_B = {}^{2.5MHz}\!/_{101} = 24.75kHz$. Usando la ecuación 7.25 del libro de texto, tomando $R_3 = 0$, y despreciando el ultimo termino,

$$\begin{aligned}
E_{no} &= \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\times\left[e_{nw}^2\left(f_{ce}\ln\frac{f_B}{f_L}+1.57f_B-f_L\right)+(R_1\|R_2)^2 i_{nnw}^2\left(f_{ci}\ln\frac{f_B}{f_L}+1.57f_B-f_L\right)\right]^{1/2}\\
&= \left(1+\frac{100}{1}\right)\times\left[(30nV/\sqrt{Hz})^2\left(200\ln\frac{24750}{0.1}+1.57(24750)-0.1\right)\right.\\
&\qquad \left.+(1k\|100k)^2(0.5pA\sqrt{Hz})^2\left(1000\ln\frac{24750}{.1}+1.57(24750)-0.1\right)\right]^{1/2}\\
&= 101\times\left[3.72\times10^{-11}+1.26\times10^{-14}\right]^{1/2} = \boxed{0.62mV}
\end{aligned}$$

3. Para el siguiente amplificador



a) estime el margen de fase si la función de transferencia del op amp es

$$A(s) = \frac{2\times10^{11}\pi^2}{(s+2\pi\times10^2)(s+2\pi\times10^4)}$$

$R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 20k\Omega$ y $C_C = 0$.
Respuesta:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{1}{21}$$

$$\begin{aligned}
T &= A\beta = \frac{1}{21}\frac{2\times10^{11}\pi^2}{(s+2\pi\times10^2)(s+2\pi\times10^4)}\\
&= \frac{5\times10^4}{21}\frac{1}{{}^{s}\!/_{2\pi\times10^2}+1}\frac{1}{{}^{s}\!/_{2\pi\times10^4}+1}\\
|T| &= \frac{5\times10^4}{21}\frac{1}{\sqrt{100f^2+1}}\frac{1}{\sqrt{.01f^2+1}}
\end{aligned}$$

donde f esta expresada en kHz. A la frecuencia de corte f_x, $|T(f_x)| = 1$ asi que

$$\frac{5\times10^4}{21} = \sqrt{100f^2+1}\sqrt{.01f^2+1}$$

y

$$\frac{25\times10^8}{21^2} = \left(100f_x^2+1\right)\left(.01f_x^2+1\right)$$

Dejando que $x = f_x^2$,

$$\frac{25\times10^8}{21^2} = 5.67\times10^6 = (100x+1)(.01x+1) = x^2+100.01x+1$$

Solucionando esta ecuación, $x = 2331$ y $f_x = 48.3kHz$. A esta frecuencia

$$\phi = -\arctan\left({}^{48.3}/_{.1}\right) - \arctan\left({}^{48.3}/_{10}\right) = -168.2^\circ$$

y

$$\boxed{\phi_m = 180^\circ - 168.2^\circ = 13.2^\circ}$$

b) seleccione un valor para el condensador de compensación C_C necesario para obtener un margen de fase igual a 45°.

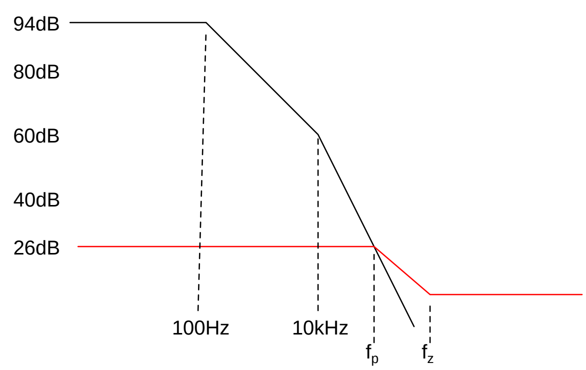
Respuesta: Dado que $T = A\beta$, en decibeles

$$T_{dB} = A_{dB} + \beta_{dB} = A_{dB} - ({}^{1}/_{\beta})_{dB}$$

La frecuencia a la cual $T_{dB} = 0dB$ es también donde $A_{dB} = {}^{1}/_{\beta_{dB}}$. La idea es usar ${}^{1}/_{\beta}$ para añadir 45° a la case de T añadiendo el condensador C al lazo de retro-alimentación. Con el condensador,

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{R_1}{R_1 + R_2 \| {}^{1}/_{sC}} \\ &= \frac{R_1}{R_1 + R_2}\frac{sCR_2 + 1}{sC(R_1\|R_2) + 1} \\ {}^{1}/_{\beta} &= 21\frac{sC(R_1\|R_2) + 1}{sCR_2 + 1}\end{aligned}$$

Se puede observer que el cero de ${}^{1}/_{\beta}$, $\omega_z = {}^{1}/_{C(R_1\|R_2)}$, está a una frecuencia mas alta que el polo $\omega_p = {}^{1}/_{CR_2}$. Una posibilidad es cambiar ${}^{1}/_{\beta}$ para que intercepte A en ω_p para que la case a seta frecuencia sea $\simeq -135^\circ$ (-90 grades por cada polo de A y +45 grados del cero de β. EL siguiente diagrama ilustra la idea



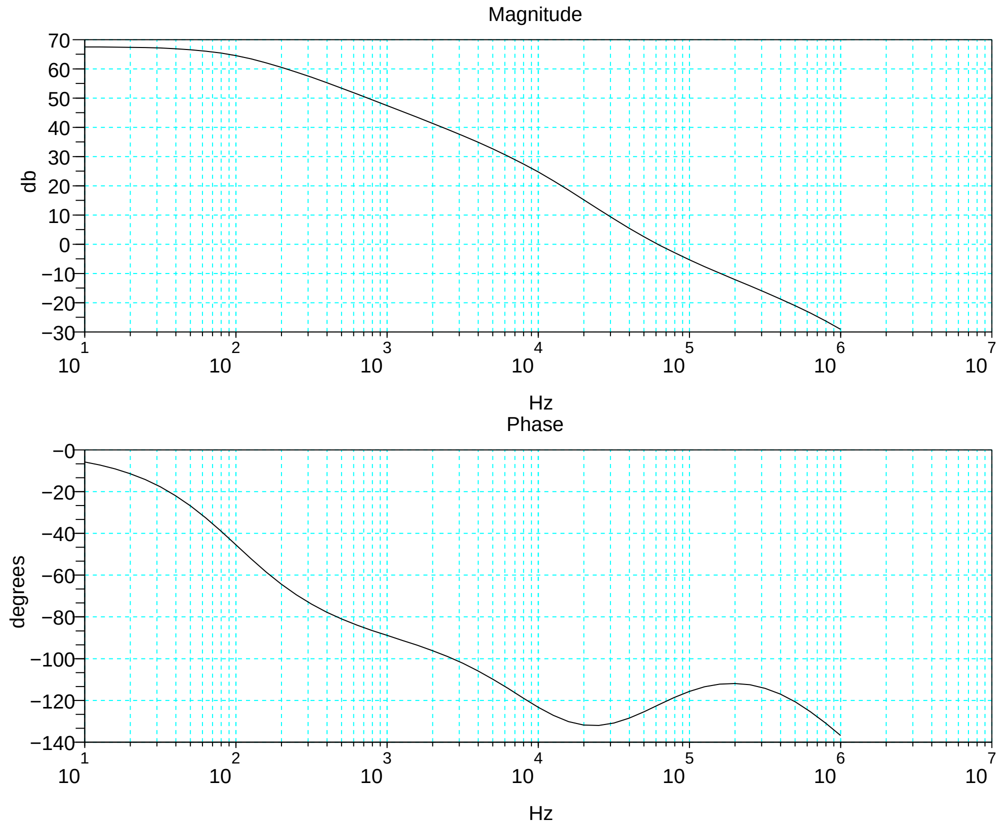
Los valores dc de A y de ${}^{1}/_{\beta}$ son 5×10^4 y 21, respectivamente, y correspondent a $94dB$ y $26dB$. Como ya sabemos que $|A(f_x)| = |A(48.3kHz)| = 21$,

$$C = \frac{1}{2\pi(48.3 \times 10^3 Hz)(20k\Omega)} = \boxed{165pF}$$

Podemos general el diagram de Bode para verificar este resultado. Usando ScicosLabGtk, el código es

```
-->s=poly(0,'s');
-->a=(5*10^(4))*(1 + s/(2*\%pi*48.3*10^(3)))/21;
-->T=a/((1+s/(2*\%pi*1.012*10^(6)))*(1+s/(2*\%pi*10^(2)))* \
 (1+s/(2*10^(4)*\%pi)));
-->T1=syslin('c',T);
-->bode(T1,10,1000000,.01)
```

y el resultado de la simulación,



indica un $\phi_m \simeq 45°$.

Feedback-lead compensation

Como una configuración similar es usada en el método de "feedback-lead" descrito en el texto, podemos seguir los pasos indicados allí para escoger la capacitancia. Primero buscamos f_x usando

$$|a(jf_x) = |5 \times 10^4 \frac{1}{{}^{s}\!/_{2\pi\times10^2} + 1} \frac{1}{{}^{s}\!/_{2\pi\times10^4} + 1}| = \sqrt{1 + R_2/R_1} = \sqrt{21}$$

que puede expresarse como

$$\frac{5 \times 10^4}{\sqrt{21}} = \left(\left({}^{f_x}\!/_{10^2}\right)^2 + 1\right)\left(\left({}^{f_x}\!/_{10^4}\right)^2 + 1\right)$$

y resuelta para obtener $\boxed{f_x = 104216Hz}$. Entonces seleccionamos

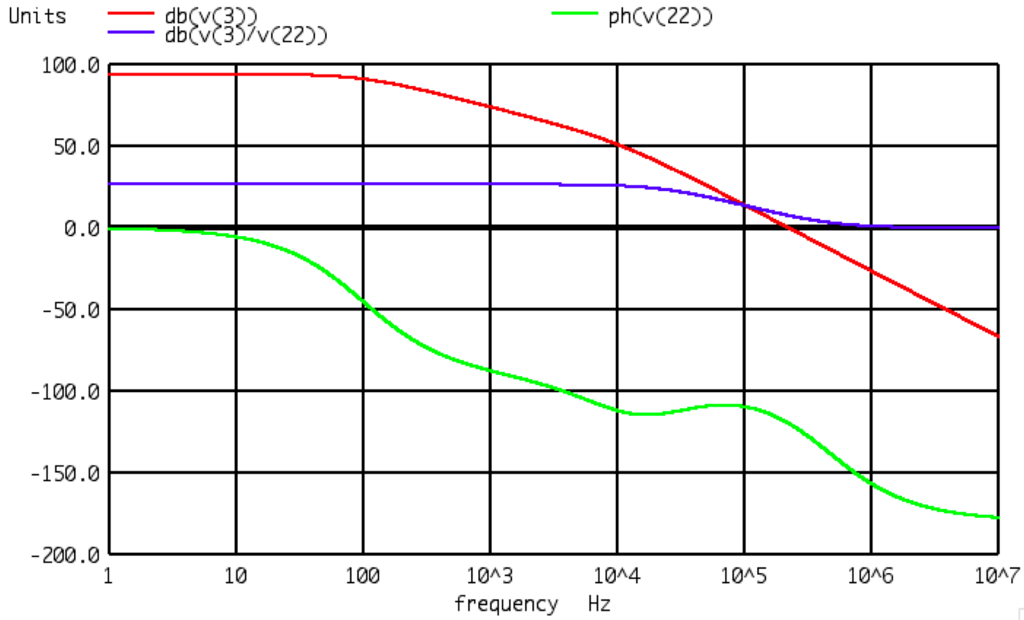
$$C_f = \frac{\sqrt{1 + R_2/R_1}}{2\pi R_2 f_x} = {}^{\sqrt{21}}\!/_{2\pi(20k\Omega)(104216Hz)} = \boxed{350pF}$$

La fase que obtenemos de este modo es

$$\angle T = \angle a - \angle(1/\beta) = -tan^{-1}(104/0.1) - tan^{-1}(104/10) - (90° - 2tan^{-1}(\sqrt{21})) - 174.5° - (-65.4°) = -109°$$

y el margen de fase es igual a 71°.

Una simulación de SPICE confirma este resultado, como muestra la siguiente gráfica.



obtenido usando el siguiente “netlist”.

```
Stability simulation for problem 3 using uA741 macromodel
* Subcircuit for 741 opamp with two poles at 100Hz and 10kHz
.subckt opamp741 1 2 3
* +in (=1) -in (=2) out (=3)
rin 1 2 2meg
rout 6 3 75
e 4 0 1 2 50k
rbw 4 5 500
cbw 5 0 31.85nf
eout 60 0 5 0 1
rbw2 60 50 1000
cbw2 50 0 1.59155u
eout2 6 0 50 0 1
.ends opamp741

* ac source is directly connected to opamp's non-inv input
vin 1 0 dc 0 ac 1
X1 1 0 3 opamp741
* beta network
R1 0 22 1k
R2 22 3 20k
* Compensation
CC 22 3 350.0p
.control
delete all
ac dec 1000 1 10Meg
plot db(v(3)) ph(v(22)) db(v(3)/v(22)) xlog
```

```
.endc

.end
```