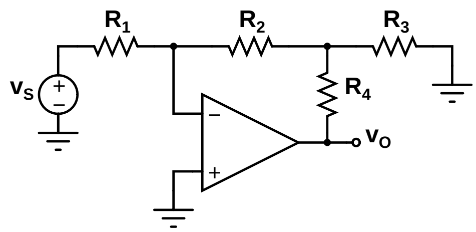
Soluciones al Segundo Examen INEL5207 - Administrado el 26 de marzo del 2009

1. Para el siguiente circuito, asuma que todas las resistencias son iguales a $1k\Omega$ y que el amplificador operacional tiene una frecuencia de ganancia unitaria $f_\tau = 10MHz$ y polos sencillos en $f_1 = 10kHz$ y $f_2 = 500kHz$, y .



Usando razonamiento geométrico, determine valores aproximados para

a) (15 puntos) el margen de fase ϕ_m,
Respuesta:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{R_3 \| (R_1 + R_2)}{R_4 + R_3 \| (R_1 + R_2)}$$

Como $R_3 \| (R_1 + R_2) = \frac{1 \times 2}{1+2} = 2/3$,

$$\beta = -\frac{v_d}{v_O} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2+3} = {}^1\!/_5$$

y $1/\beta = 5$, un valor relativamente bajo que indica que f_x debe estar cerca a f_τ. En decibeles,

$$^1\!/_\beta = 20 \log 5 \simeq 14dB$$

A frecuencias mas altas que f_2 la pendiente de la curva de magnitud de a es $-40dB/dec$, y para bajar los $14dB$ hacen falta $^{14dB}\!/_{40dB/dec} = 0.35$ decadas. Por lo tanto,

$$\log {}^{f_\tau}\!/_{f_x} = 0.35 \rightarrow f_x \simeq {}^{10^7}\!/_{10^{0.35}} = 4.47MHz$$

Esta frecuencia es aproximadamente una decada por encima de f_2, asi que $\phi_m \approx 0$. Un calculo mas exacto indica que $\phi \simeq -90° - \arctan {}^{4.47}\!/_{0.5} = -173°$ y $\boxed{\phi_m \simeq 6°}$

b) (10 puntos) la frecuencia f_{120} a la cual la fase de T es $-120°$.
Respuesta:
Asumiendo que $f_{120} \gg f_1$,

$$-30° \simeq -\arctan\left({}^{f_{120}}\!/_{f_2}\right) \rightarrow f_{120} \simeq 500kHz \times \tan 30° = \boxed{289kHz}$$

2. Utilizando un amplificador operacional (AO) con un solo polo a frecuencia muy baja y $f_\tau = 1MHz$

a) (15 puntos) diseñe un amplificador para una ganancia de $60dB$ y un ancho de banda de $60kHz$.
Respuesta:
Usando etapas sin inversión, el ancho de banda de n etapas idénticas se puede expresar como

$$f_{BW} = \frac{f_\tau}{\sqrt[n]{A_0}} \sqrt{2^{1/n} - 1}$$

Observando que para este problema $A_0 = 1000$, podemos evaluar la formula para varios valores de n y obtener

n	f_{BW}
2	$20kHz$
3	$51kHz$
4	$77.4kHz$

Así que $\boxed{n=4}$ etapas son necesarias, cada una con ganancia $\boxed{A_i = \sqrt[4]{1000} = 5.6}$. Valores convenientes de resistencia son $R_1 = 1k\Omega$ y $R_2 = 4.6k\Omega$.

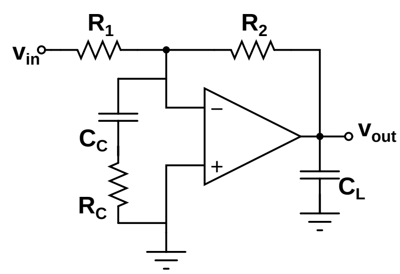
b) (10 puntos) Si ademas al AO tiene un *slew rate* igual a $0.5V/\mu s$, determine la magnitud máxima que una entrada senosoidal con frecuencia igual a $60kHz$ puede tener si ha de producir una salida libre de distorsión.

Respuesta:

$$V_m \leq \frac{SR}{2\pi f} = \frac{0.5V/\mu s}{2\pi 60kHz} = 1.32V$$

El valor pico de la señal de entrada debe ser menor o igual a $\boxed{1.32mV}$.

3. El siguiente circuito utiliza un amplificador operacional con GBP constante, frecuencia de ganancia unitaria $f_\tau = 10MHz$, y resistencia de salida $r_O = 100\Omega$. El circuito esta conectado a una carga capacitiva con $C_L = 3.2nF$.



Determine algebraicamente

a) (15 puntos) el margen de fase ϕ_m si la ganancia del circuito es $-10V/V$ si C_C y R_C no están presentes,

Respuesta:

La carga capacitiva introduce un segundo polo en T con frecuencia $f_L = {}^1\!/_{2\pi r_O C_L} = 497kHz$.

Como la ganancia igual a $-10V/V$, $\beta = {}^1\!/_{11}$ y ${}^1\!/_{\beta} = 11$.

Si representamos el polo dominante del AO con f_b, la ganancia del AO puede aproximarse usando

$$a(jf) = \frac{a_0}{1 + j^f\!/_{f_b}} \simeq \frac{a_0}{j^f\!/_{f_b}} = \frac{f_b a_0}{jf} = \frac{f_\tau}{jf}$$

de modo que a la frecuencia de corte f_x

$$\frac{f_\tau}{f_x\sqrt{1 + \left({}^{f_x}\!/_{497kHz}\right)^2}} = 11$$

$$\frac{f_\tau}{11} = 0.909MHz = f_x\sqrt{1 + \left({}^{f_x}\!/_{497kHz}\right)^2}$$

Si expresamos frecuencia en MHz,

$$\begin{aligned} 0.909^2 &= \left(f_x\sqrt{1 + \left({}^{f_x}\!/_{.497}\right)^2}\right)^2 \\ 0.83 &= f_x^2\left(1 + 4f_x^2\right) \\ 0.83 &= x\left(1 + 4x\right) = x + 4x^2 \end{aligned}$$

donde $x = f_x^2$. La ecuación cuadrática

$$4x^2 + x - 0.83 = 0$$

tiene soluciones $x \simeq +0.35$ y $x \simeq -0.6$. Solo la raíz positiva hace sentido en esta problema, así que $f_x = \sqrt{0.35} \simeq 0.589MHz = 589kHz$. La fase a esta frecuencia es

$$\phi = -90 - \arctan {}^{589}\!/_{497} = -140°$$

y el margen de fase es $\boxed{\phi_m = 40°}$.

b) (20 puntos) la ganancia que produciría un margen de fase $\phi_m = 65°$ si C_C y R_C no están presentes,

Respuesta:

Representando la frecuencia a la cual la fase es $-180° + 65° = -115°$ como f_{115} ,

$$-115 = -90 - \arctan {}^{f_{115}}\!/_{497kHz}$$

y $f_{115} = 497kHz \times \tan 25° \simeq 232kHz$. A esta frecuencia la magnitud de a, modificada por el polo en f_L, es igual a la cantidad solicitada;

$$\frac{f_\tau}{f_{115}\sqrt{1 + \left({}^{f_{115}}\!/_{497kHz}\right)^2}} = \frac{10}{.232\sqrt{1 + \left({}^{232}\!/_{497}\right)^2}} = \boxed{39V/V}$$

c) (15 puntos) los valores de C_C y R_C que deben usarse para compensar el circuito empleando la técnica llamada *input-lag* de tal modo que se tenga una ganancia d.c. igual a $-10V/V$ con un margen de fase $\phi_m = 65°$. Asuma $R_1 = 1k\Omega$.

Respuesta:

El valor de ${}^{1}\!/_{\beta}$ a frecuencias altas debe ser igual al resultado encontrado en la parte b, así que

$${}^{1}\!/_{\beta_\infty} = 39 = \frac{R_2 + R_C \| R_1}{R_C \| R_1}$$

mientras que a frecuencias bajas, C_C es un circuito abierto y

$$-10 = -\frac{R_2}{R_1}$$

así que $R_2 = 10k\Omega$. De la primera ecuación

$$\begin{aligned} 39 \times R_C \| 1k\Omega &= 10k\Omega + R_C \| 1k\Omega \\ 38 \times R_C \| 1k\Omega &= 10k\Omega \\ R_C \| 1k\Omega &= {}^{10k\Omega}\!/_{38} = 263\Omega \end{aligned}$$

$$\boxed{R_C = 356\Omega}$$

El método requiere que el polo que R_C y C_C inyectan en $1/\beta$ ocurra una década por debajo de f_x (que en este caso es igual a la f_{115} de la parte b), así que

$$\frac{1}{2\pi R_C C_C} = 23.2kHz$$

lo que requiere que $\boxed{C_C = 19nF}$.