

Nombre: _____

INEL5205 Instrumentación

Nombre: _____

Primer Semestre 2008-2009

Nombre: _____

Asignación 2

Fecha limite: **16 de septiembre** durante la clase.

Cuenta por puntos del examen 1 según se indica.

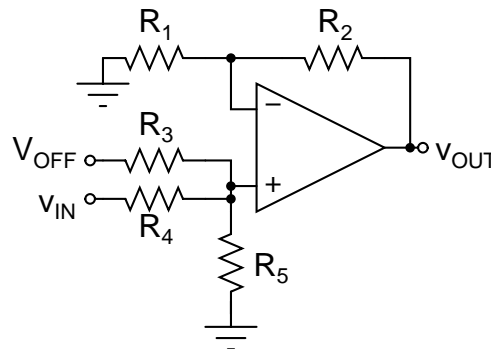
Cada grupo de trabajo debe entregar un reporte con sus soluciones.

Soluciones que no sean claras y legibles recibirán cero puntos.

1. (2 puntos) Diseñe un circuito tipo *span and zero* para acoplar una señal en el rango de $\pm 10mV$ a un aparato que requiere una entrada entre $0V$ y $10V$. Utilice AOs tipo $\mu A741$. Asuma fuentes de potencia de $\pm 15V$. Verifique que su diseño no excede la corriente de salida máxima los AOs.

RESPUESTA:

Hay varias configuraciones posibles. Una de ellas es la siguiente:



Usando superposición, obtenemos que

$$v_{OUT} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_3 \parallel R_5}{R_4 + R_3 \parallel R_5} v_{IN} + \frac{R_4 \parallel R_5}{R_3 + R_4 \parallel R_5} v_{OFF} \right)$$

Si escogemos $R_1 = 49.9\Omega$, $R_2 = 49.9k\Omega$, $R_4 = R_5 = 10k\Omega$ y $R_3 = 4.99M\Omega$ (valores disponibles con tolerancia de 1%), obtenemos una ganancia de $v_{OUT}/v_{IN} = +500.001V/V$ y un *offset* igual a V_{OFF} , que escogemos igual a $5V$.

La corriente de salida del AO se puede calcular buscando la corriente en R_2 , que es

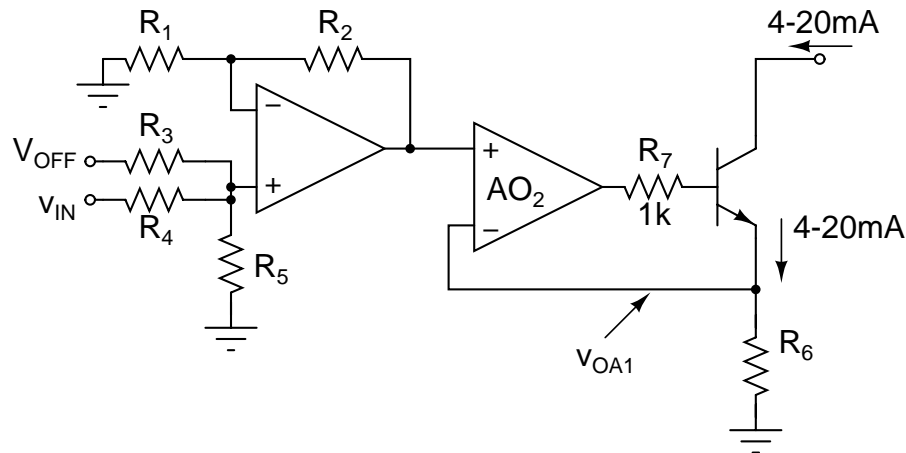
$$i_{AO} = i_{R_2} \approx \frac{10V - 10mV}{49.9k\Omega} = 0.2mA$$

o sea un 0.1% de la que puede proveer el $\mu A741$.

2. (2 puntos) Diseñe un circuito para convertir una señal de voltaje entre $\pm 1V$ a una señal de corriente de $4 - 20mA$. Asuma AOs ideales y fuentes de potencia de $\pm 15V$.

RESPUESTA:

Podemos combinar el *span and zero* del problema 1 con un convertidor de voltaje a corriente, como muestra el siguiente diagrama:



Si escogemos $R_6 = 100\Omega$, necesitamos un voltaje en la entrada del AO_2 en el rango $0.4V - 2V$. La primera etapa debe proveer una ganancia $A_1 = v_{out,1}/v_{IN} = 1.6V/2.0V = 0.8V/V$ y un *offset* de $1.2V$. Si ponemos $R_4 = R_5 \parallel R_3$, entonces $R_2 = 0.6R_1$. Valores estándar de resistencias con un 1% de tolerancia que aproximan esta razón son $R_1 = 1070\Omega$ y $R_2 = 1780\Omega$.

Si fijamos V_{off} en $15V$, obtenemos una segunda relación,

$$1.6 \times \frac{R_5 \parallel R_4}{R_3 + R_5 \parallel R_4} \times 15V = 1.2V$$

que puede expresarse como

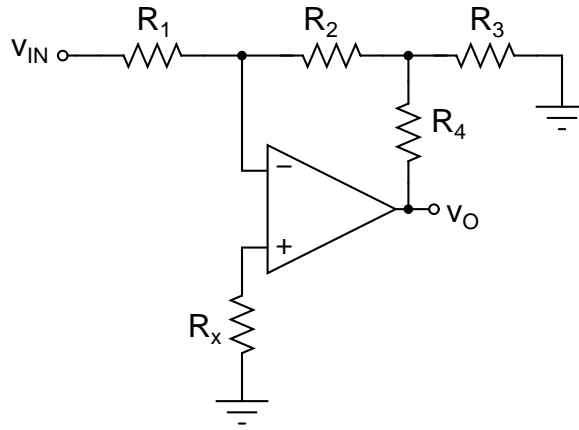
$$R_5 \parallel R_4 = R_3/19$$

asi que, dado que $R_4 = R_5 \parallel R_3$,

$$\frac{1}{2}R_4 = R_5 \parallel R_3 \parallel R_4 = (R_5 \parallel R_4) \parallel R_3 = \frac{R_3}{19} \parallel R_3 = \frac{R_3}{20}$$

O sea que $R_4 = R_3/10$. y $R_5 = R_3/9$. Podemos seleccionar $R_3 = 10k\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$ y $R_5 = 1100\Omega$.

3. Para el siguiente circuito,



- (a) (2 puntos) escoja las resistencias R_1 , R_2 , R_3 y R_4 para obtener una ganancia de voltaje de $-1000V/V$ y una resistencia de entrada de $1k\Omega$, usando las resistencias más pequeñas posibles, pero sin exceder la mitad de la corriente máxima que el AO puede proveer o absorber. Asuma que la entrada se mantiene entre $\pm 10mV$.
RESPUESTA:

Si la entrada es $-10mV$, la salida es $10V$. Como la corriente máxima del AO (asumiendo un $\mu A741$) es $20mA$, la corriente a través de R_4 debe mantenerse cerca de $10mA$.

La salida del circuito puede expresarse como

$$v_O = -v_{IN} \times \frac{R_2}{R_1} \times \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

La ganancia deseada puede obtenerse de muchas formas. Seleccionando $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 11.5\Omega$ y $R_4 = 1020\Omega$ obtenemos una ganancia igual a $-999V/V$. La corriente de salida, dada por

$$i_4 = \frac{v_{IN}}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right)$$

sería igual a $9.7mA$, bastante cerca del objetivo de $10mA$.

- (b) (2 puntos) estime el peor error que se espera en la salida debido al efecto de I_B , I_{OS} y V_{OS} si $R_x = 0$; repita pero esta vez escoja R_x de tal modo que el error se minimice;

RESPUESTA:

Usando superposición, podemos expresar los errores debido a i_N , i_P y V_{OS} ,

$$e_{i_N} = \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_4} \right) R_4 i_N$$

$$e_{i_P} = - \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_3} \right) R_x i_P$$

$$e_{OS} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_3} V_{OS}$$

respectivamente. Sustituyendo los valores asignados anteriormente a las resistencias, obtuve que

$$\begin{aligned} e_{i_N} &= +9990\Omega \times i_N \\ e_{i_P} &= -1089 \times R_x \times i_P \\ e_{O_S} &= +1078 \times V_{O_S} \end{aligned}$$

Así que si $R_x = 0$, el error en la salida es

$$e = +9990\Omega \times (I_B + I_{O_S}) + 1078 \times V_{O_S}$$

Para el $\mu A741$, este valor puede superar los $5V$ debido a la alta ganancia del amplificador y a que V_{O_S} puede alcanzar los $5mV$. R_x puede escogerse igual a $9990/1089 = 9.2\Omega$ para cancelar el componente debido a I_B . En todo caso, es necesario ajustar el circuito para reducir el error debido a V_{O_S} , o escoger otro AO con un V_{O_S} mucho más bajo.

- (c) (2 puntos) determine la frecuencia más alta de la señal senoidal que el circuito será capaz de amplificar sin superar el *slew-rate*;

RESPUESTA:

De las notas del curso, para que no exista distorsión debido al SR,

$$fV_{om} \leq \frac{SR}{2\pi}$$

así que, para un $SR = 0.5V/\mu s$,

$$f_{max} = \frac{SR}{2\pi V_{om}} = \frac{0.5}{2\pi \times 10} MHz = 8kHz$$

- (d) (2 puntos) simule el circuito en SPICE y verifique que los resultados anteriores son correctos.
4. Un instrumento utiliza un convertidor análogo-digital (ADC) de 10-bits que acepta una señal senoidal de entrada con amplitud de hasta $\pm 2.5V$ con una frecuencia de 200,000 muestras por segundo (o una frecuencia de señal máxima de 100kHz). El instrumento será usado para leer la salida de un sensor que provee un voltaje en un rango de $\pm 5mV$.

- (a) (1 punto) Diseñe un amplificador para acoplar el sensor al ADC usando AOs con $f_\tau = 2MHz$, pero ideales en otros aspectos. Específicamente, asuma que los AO no muestran limitaciones debido al *slew-rate*. Utilice el número mínimo de etapas no-invertidoras idénticas necesario para usar el ancho de banda del ADC.

RESPUESTA:

Debemos obtener primero la ganancia. Para las cantidades especificadas, $A_v = \frac{2.5V}{5mV} = +500$. Si usamos una etapa, el ancho de banda sería $f_{3dB} = \frac{f_\tau}{A_v} = \frac{2 \times 10^6 Hz}{500} = 4kHz$, así que es necesario usar múltiples etapas. El ancho de banda

de n etapas no-invertidoras idénticas, cada una con ganancia d.c. A_0 , esta dado por

$$f_{3dB} = \frac{f_\tau}{A_0} \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

Para 3 etapas,

$$f_{3dB} = \frac{2 \times 10^6 Hz}{500^{\frac{1}{3}}} \sqrt{2^{\frac{1}{3}} - 1} = 128 kHz$$

lo cual es adecuado. Así que cada etapa debe tener una ganancia $A_{v1} = 500^{\frac{1}{3}} = 7.94$.

- (b) (1 punto) Para su diseño, determine el valor máximo de V_{OS} que los AO pueden mostrar sin exceder un error mayor a $\pm \frac{1}{2}$ bit. Desprecie errores debidos a I_B e I_{OS} .

RESPUESTA:

Para el ADC de 10-bit descrito en el problema, medio bit equivale a $\frac{1}{2} \times \frac{2 \times 2.5V}{2^{10}} \approx 2.4mV$. El error en la salida del amplificador debe ser menor que este valor. Mientras que el *offset* del AO que esta conectado al sensor es amplificado por las tres etapas, el del segundo AO es solo amplificado por dos etapas y el del tercer AO solo por una etapa. En el peor caso, todos los *offsets* tienen el mismo signo y

$$E_o = 500 \times V_{OS} + 7.94^2 \times V_{OS} + 7.94 \times V_{OS} = 2.4mV$$

lo que permite estimar que V_{OS} debe ser menor a $\frac{2.4mV}{571} = 4.2\mu V$.

- (c) (1 punto) Cual es el *slew-rate* minimo que se requiere para que no haya distorsión?

RESPUESTA:

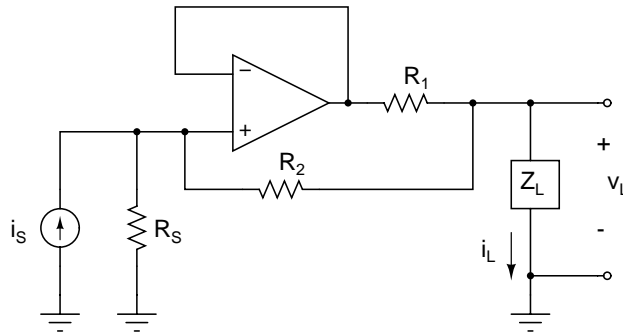
De las notas del curso, para que no exista distorsión debido al SR,

$$fV_{om} \leq \frac{SR}{2\pi}$$

Así que nuestro diseño requiere

$$SR \geq 2\pi f_{3dB} V_{om} = 2\pi \times 2.5V \times 100kHz = 1.57V/\mu s$$

5. (2 puntos) Para el siguiente circuito,



asumiendo un AO ideal, derive una expresión con la siguiente forma

$$i_L = A_i i_S + \frac{v_L}{R_O}$$

y utilice la misma para expresar la ganancia de corriente $A_i = i_L/i_S$ y la resistencia de salida R_O en términos de las resistencias del circuito.

RESPUESTA:

Por inspección, $v_+ = v_O$, so $i_{R_S} = \frac{v_O}{R_S}$ y $i_{R_2} = i_S - i_{R_S} = i_S - \frac{v_O}{R_S}$. KVL dicta que

$$v_L = v_O - i_{R_2} R_2 = v_O - i_S R_2 + \frac{R_2}{R_S} v_O$$

y

$$i_{R_1} = \frac{v_O - v_L}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} \left(i_S - \frac{v_O}{R_S} \right)$$

KCL exige que

$$i_O = i_{R_2} + i_{R_1} = i_S - \frac{v_O}{R_S} + \frac{R_2}{R_1} \left(i_S - \frac{v_O}{R_S} \right) = \left(i_S - \frac{v_O}{R_S} \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Dado que $v_O = \frac{v_L + i_S R_2}{1 + \frac{R_2}{R_S}}$, esta ecuación puede expresarse como

$$i_O = i_S \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{1}{R_S} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{v_L}{1 + \frac{R_2}{R_S}} - \frac{R_2}{R_S} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{i_S}{1 + \frac{R_2}{R_S}}$$

lo que se puede escribir como

$$\begin{aligned} i_O &= i_S \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \left(1 - \frac{\frac{R_2}{R_S}}{1 + \frac{R_2}{R_S}} \right) - \frac{1}{R_S} \left(\frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_S}} \right) v_L \\ &= \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_S}} \times i_S - \frac{1}{R_S} \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_S}} v_L \end{aligned}$$

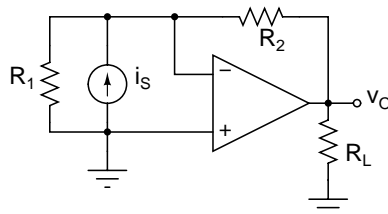
Comparando esta expresión con la dada en el problema, deducimos que los resultado deseado son

$$A_i = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_S}}$$

y

$$R_O = \frac{R_S + R_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

6. El siguiente circuito



utiliza una fuente de potencia de $\pm 15V$. El AO, que es ideal en otros aspectos, exhibe corrientes de polarización y de corto circuito del AO, son $I_Q = 50mA$ y $I_{ss} = 20mA$, respectivamente. Si $i_S = 1mA$, $R_2 = 10k\Omega$ and $R_1 = R_L = 1k\Omega$, determine:

(a) (1 punto) el voltaje de salida v_O ,

RESPUESTA: $v_O = -i_S R_2 = -1mA \times 10k\Omega = -10V$

(b) (1 punto) la corriente de salida del AO (incluyendo dirección),

RESPUESTA: Una corriente de $10V/1k\Omega = 1mA$ fluye hacia arriba a través de R_L . La corriente de salida del AO es $i_S + i_L = 2mA$ entrando al AO.

(c) (1 punto) la potencia disipada por el AO, y

RESPUESTA:

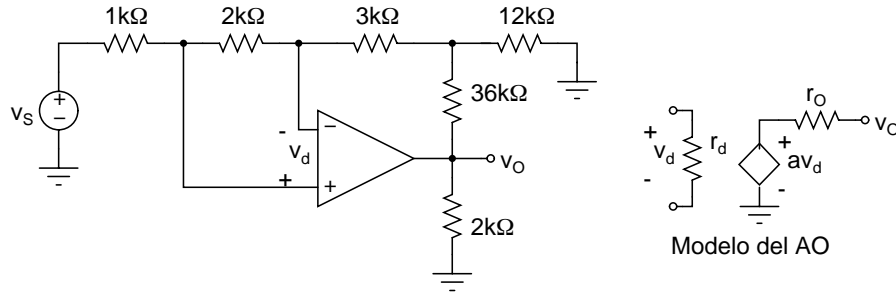
$$P_{opamp} = I_Q \times 30V + (-10V - (-15V))i_O = 50mA \times 30V + 2mA \times 5V = 1510mW$$

(d) (1 punto) la potencia disipada por todo el circuito.

RESPUESTA:

$$P_{total} = P_{opamp} + i_L^2 R_L + i_S^2 R_2 = 1510mW + 11mW = 1521mW$$

7. Asumiendo que en el siguiente circuito el AO tiene una ganancia de lazo abierto $a = 3000V/V$, $r_d = \infty$ y $r_o = 0$,



(a) (1 punto) determine la ganancia de voltaje $A_v = \frac{v_O}{v_S}$ utilizando el modelo del AO que se muestra y análisis de circuitos;

RESPUESTA:

Permitiendo que v_A represente el voltaje en el nodo común a las resistencias de $3k$, $12k$ y $36k$,

$$\begin{aligned} i_{2k} &= \frac{v_d}{2k} = i_{1k} = i_{3k} \\ v_A &= v_S - i_{2k} \times 6k = v_S - 3v_d \\ i_{12k} &= v_A/12k \rightarrow \\ v_O &= v_A - (i_{2k} - i_{12k})36k \\ &= v_S - 3v_d - 36 \left(\frac{v_d}{2} - \frac{v_S}{12} + \frac{3v_d}{12} \right) \\ &= v_S - 3v_d - 18v_d + 3v_S - 9v_d \\ &= 4v_S - 30v_d = 4v_S - \frac{30v_O}{3000} = 4v_S - 0.01 \times v_O \\ \frac{v_O}{v_S} &= \frac{4}{1.01} \end{aligned}$$

(b) (1 punto) calcule la ganancia del lazo (*loop gain*) T ;

RESPUESTA:

$$\beta = \frac{2}{6} \times \frac{12 \parallel 6}{12 \parallel 6 + 36} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{40} = \frac{1}{30}$$

$$T = a\beta = \frac{3000}{30} = 100V/V$$

(c) (1 punto) demuestre que el resultado obtenido en las dos preguntas anteriores es consistente con la formula de retroalimentación

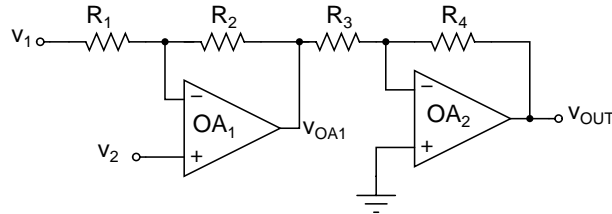
$$A_V = A_{ideal} \frac{1}{1 + \frac{1}{T}}$$

RESPUESTA:

$$A_{ideal} = \frac{v_S + 36 \times v_S/12}{v_S} = 4V/V$$

$$A_V = 4V/V \times \frac{1}{1 + \frac{1}{100}} = \frac{4}{1.01}$$

8. En el siguiente circuito



considere que v_2 esta conectado a tierra y v_1 es la señal de entrada. Si $R_1 = R_3 = 1k\Omega$, $R_2 = R_4 = 5k\Omega$ y los parámetros del AO son: ganancia de lazo abierto $a_0 = 10^4$, frecuencia de ganancia unitaria $f_\tau = 1MHz$ y *slew-rate* $S.R. = 0.5V/\mu s$, determine

(a) (1 punto) el ancho de banda del circuito si ignoramos limitaciones debidas al S.R.

RESPUESTA:

Para cada etapa $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{6}$. Como hay dos etapas,

$$f_{-3db} = \beta f_\tau \sqrt{2^{1/2} - 1} \approx \boxed{107kHz}$$

(b) (1 punto) la frecuencia máxima que permitiría una salida senoidal libre de distorsión y de amplitud pico igual 10V.

RESPUESTA:

$$f = \frac{SR}{2\pi V_{om}} = \frac{0.5V/\mu s}{2\pi 10V} \approx \boxed{8kHz}$$